

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ИНФОРМАТИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ ФБМФ

Регламент

Вступительное испытание проводится в два этапа.

Первый этап представляет собой онлайн тестирование по темам, представленным в блоке ниже, и выполнение практических заданий по программированию.

Второй этап представляет собой устный экзамен перед комиссией.

1. Основные понятия теории вероятностей. Определение вероятностного пространства, простейшие дискретные случаи (выборки с порядком и без него, упорядоченные и неупорядоченные), классическая вероятностная модель. Случайная величина, функция распределения.
2. Условные вероятности. Определение условной вероятности, формула полной вероятности, формула Байеса.
3. Математическое ожидание, дисперсия, корреляция. Определение математического ожидания, дисперсии, ковариации и корреляции, их свойства.
4. Независимость событий. Попарная независимость и независимость в совокупности.
5. Основные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
6. Распределения. Стандартные дискретные и непрерывные распределения, их математические ожидания, дисперсии и свойства: биномиальное, равномерное, нормальное, пуассоновское, показательное, геометрическое.
7. Анализ алгоритмов. Понятие о сложности по времени и по памяти. Асимптотика, O-символика. Доказательство корректности алгоритмов.
8. Строки и операции над ними. Представление строк. Вычисление длины, конкатенация. Алгоритмы поиска подстроки в строке.
9. Сортировки. Нижняя теоретико-информационная оценка сложности задачи сортировки. Алгоритмы сортировки вставками, пузырьком, быстрая сортировка, сортировка слиянием. Оценка сложности
10. Представление матриц и векторов. Алгоритмы умножения матриц и эффективные способы их реализации. Численные методы решения систем линейных уравнений.
11. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы для решения систем дифференциальных уравнений.
12. Граф. Ориентированный граф. Представления графа. Обход графа в глубину и в ширину. Топологическая сортировка. Подсчет числа путей в орграфе.
13. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графе. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Форда-Беллмана. Алгоритм Флойда. Алгоритм A*.
14. Недетерминированные конечные автоматы, различные варианты определения. Детерминированные конечные автоматы. Их эквивалентность. Машина Тьюринга.
15. Группы, кольца, поля. Определения и примеры. Циклические группы. Теорема о гомоморфизме.
16. Подстановки. Определение подстановки, четность подстановок. Произведение подстановок, разложение подстановок в произведение транспозиций и независимых циклов.
17. Комплексные числа. Геометрическое изображение, алгебраическая и тригонометрическая форма записи, извлечение корней, корни из единицы.
18. Системы линейных уравнений. Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса.
19. Линейная зависимость и ранг. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости, базис и ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Критерий

- совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
20. Определители. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Критерий равенства определителя нулю. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу).
 21. Операции над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Теорема о ранге произведения двух матриц. Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид (формула), способ выражения с помощью элементарных преобразований строк.
 22. Векторные пространства; базис. Векторное пространство, его базис и размерность. Преобразования координат в векторном пространстве. Подпространства как множества решений систем однородных линейных уравнений. Связь между размерностями суммы и пересечения двух подпространств. Линейная независимость подпространств. Базис и размерность прямой суммы подпространств.
 23. Линейные отображения и линейные операторы. Линейные отображения, их запись в координатах. Образ и ядро линейного отображения, связь между их размерностями. Сопряженное пространство и сопряженные базисы. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.
 24. Билинейные и квадратичные функции. Билинейные функции, их запись в координатах. Изменение матрицы билинейной функции при переходе к другому базису. Ортогональное дополнение к подпространству относительно симметрической билинейной функции. Связь между симметрическими билинейными и квадратичными функциями. Существование ортогонального базиса для симметрической билинейной функции. Нормальный вид вещественной квадратичной функции. Закон инерции.
 25. Евклидовы пространства. Неравенство Коши–Буняковского. Ортогональные базисы. Ортогонализация Грама–Шмидта. Ортогональные операторы.
 26. Собственные векторы и собственные значения. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Собственные подпространства линейного оператора, их линейная независимость. Условие диагонализуемости оператора.
 27. Пределы по Коши и Гейне, непрерывность. Пределы последовательностей и функций. Непрерывные функции.
 28. Элементы общей топологии. Непрерывные отображения. Компактность, связность, хаусдорфовость.
 29. Ряды. Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости (Даламбера, Коши, интегральный, Лейбница). Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
 30. Дифференцирование. Дифференцирование функций. Применение производной для нахождения экстремумов функций. Формула Тейлора.
 31. Функции многих переменных. Частные производные. Градиент и его геометрический смысл. Метод градиентного спуска. Поиск экстремумов функций от многих переменных.
 32. Интегрирование. Определенный и неопределенный интегралы. Методы интегрирования функций. Первообразные различных элементарных функций.
 33. Кратные интегралы (двойные, тройные), замена координат, связь с повторными.
 34. Элементы функционального анализа: нормированные, метрические пространства, непрерывность, ограниченность.
 35. Алгебра и сигма-алгебра. Мера. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебе.
 36. Основные правила комбинаторики: правило сложения, умножения. Основные комбинаторные объекты: сочетания и размещения с повторениями и без повторений. Формулы для количества сочетаний и размещений. Принцип Дирихле. Примеры.
 37. Множества. Круги Эйлера, операции на множествах. Формула включений и исключений. Примеры.

38. Сочетания. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.
39. Графы: неориентированные, ориентированные, простые графы, мультиграфы и псевдографы. Изоморфизм графов. Некоторые стандартные классы графов: полные, двудольные, цепи, циклы, деревья. Критерий двудольности графа.
40. Деревья. Связь между количеством вершин и рёбер. Эквивалентные определения класса деревьев. Формула Кэли для числа деревьев на фиксированном множестве вершин.
41. Кликовое число, число независимости, хроматическое число; связь между этими числами. Жадный алгоритм раскраски графа, пример его неоптимальности.
42. Регулярные выражения. Теорема Клини об эквивалентности регулярных выражений и конечных автоматов.
43. Контекстно-свободные грамматики. Автоматы с магазинной памятью. Эквивалентность автоматов с магазинной памятью и контекстно-свободных грамматик.
44. Архитектура Фон-Неймана. Принципы однородности памяти, адресности и программного управления. Гарвардская архитектура, отличия от архитектуры Фон-Неймана. Примеры реализаций.
45. Абстрактные структуры данных: списка, вектора, дерева поиска. Их асимптотики для операций поиска элемента и вставки новых элементов в середину или конец. Примеры реализаций.
46. Целочисленная арифметика в представлении компьютера. Знаковые и беззнаковые значения, способы представления отрицательных значений. Целочисленное переполнение и его контроль. Длинная целочисленная арифметика.
47. Вещественная арифметика. Представления с фиксированной и плавающей точкой. Стандарт IEEE754. Специальные вещественные значения, определенные стандартом IEEE754 и операции над ними.
48. Устройство виртуального адресного пространства процесса. Стек и куча. Динамическая загрузка библиотек. Механизм трансляции адресов из виртуального в физическое адресное пространство.
49. Операционные системы и их компоненты. Ядро операционных систем. Системные вызовы и их отличия от обычных библиотечных функций. Способы реализации системных вызовов (прерывания, `sysenter`, `syscall`).
50. Процессы и потоки. Сходства и различия между ними. Реализация многозадачности и алгоритмы планирование задач в операционных системах.
51. Проблема многопоточной синхронизации. Атомарные переменные и объекты блокировки. Неблокирующие структуры данных и их реализация.
52. Интерконнект в вычислительном кластере. Отличие интерконнекта от глобальных компьютерных сетей. Основные характеристики интерконнекта. Топологии соединений узлов в вычислительном кластере, характеристики топологий.
53. Понятие ускорения и масштабируемости параллельных программ. Закон Амдала. Оценка эффективности параллельных программ. Ярусно-параллельная форма программы.
54. Параллельные и распределённые вычислительные системы. Парадигма Map-Reduce. Примеры, отличия. Распределённые файловые системы. Особенности хранения файлов в них. Репликация.

Литература

1. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей, УРСС. М.: 2001;
2. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей, 1970;
3. Ширяев, А. Н. Вероятность, Наука. М.: 1989;
4. Севастьянов Б. А., Курс теории вероятностей и математической статистики, Ч М.: Наука, 1982;
5. Севастьянов, Б. А., Чистяков, В. П., Зубков, А. М. Сборник задач по теории вероятностей, М.: Наука, 1986;

6. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. МЦНМО, 2007;
7. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. Изд-во Невский диалект, 2005;
8. Керниган Б., Ритчи Д. Язык программирования С. Изд-во Вильямс, 2008;
9. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание. -М.: Издательский дом Вильямс, 2005;
10. Винберг Э.Б. Курс алгебры, 1999, 2001, Факториал, 2013,2017,2018, МЦНМО;
11. Кострикин А.И. Введение в алгебру, 1977, Наука;
12. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч. I, II, 2000, Физматлит;
13. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, 1975, Наука;
14. Сборник задач по алгебре под редакцией Кострикина А.И, И. В. Аржанцев, В.А. Артамонов, Ю.А. Бахтурин и др. —МЦНМО Москва, 2009;
15. Архипов Г. И., Садовничий В. А., Чубариков В. Н. Лекции по мат. анализу. Изд-во Университет, 1999;
16. Зорич В. А. Математический анализ. Часть I. М.: Наука, 1981. 544 с. Часть II. М.: Наука, 1984. 640 с.;
17. Кудрявцев, Л.Д., Курс математического анализа (в трех томах). Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Т. 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Т. 3. Гармонический анализ. Москва, Изд-во Высшая школа, 1981;
18. Демидович, Б. П, Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Изд-во Аст, 2007;
19. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. М., Наука, 1969 и более свежие издания;
20. М. Холл. Комбинаторика. –М.: Мир, 1970;
21. Онлайн-курсы на www.coursera.org “Комбинаторика для начинающих”, “Теория графов” от МФТИ;
22. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание. -М.: Издательский дом Вильямс, 2005;
23. К. Дж. Дейт. Введение в системы баз данных (учебник для вузов). —8-е изд. —М.: Вильямс, 2008;
24. Chuck Lam. Nadoor in Action. New York: Manning Publications co., 2011;
25. Робачевский А.М., Немнюгин С.А. Операционная система UNIX. 2-е издание. -СПб.: БХВ, 2014;
26. Таненбаум Э., Бос Х. Современные операционные системы. 4-е издание. -СПб.: Питер, 2018;
27. Maurice Herlihy, Nir Shavit. The Art of Multiprocessor Programming. Morgan Kaufman Publishers, 2012.